

Zadanie 1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\sqrt{\frac{25}{8}} \cdot \sqrt{2} + 2^{-1}$  jest równa

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

*Brdnopis*

$$\frac{5}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$$

Zadanie 2. (0-1)

Klient wpłacił do banku 10 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- A. 1200 zł
- B. 1236 zł
- C. 1836 zł
- D. 3600 zł

*Brdnopis*

$$10\ 000 \cdot 1,06^2 = 11\ 236$$

$$\begin{array}{r} - 10\ 000 \\ \hline 1\ 236 \end{array}$$

Zadanie 3. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\sqrt{5\sqrt{5}}$  jest równa

- A.  $5^{\frac{1}{4}}$
- B.  $5^{\frac{1}{2}}$
- C.  $5^{\frac{3}{4}}$
- D. 5

*Brdnopis*

$$\left(5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(5^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{4}}$$

Zadanie 4. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\log_8 4 - \log_8 32$  jest równa

- A. (-2)
- B. (-1)
- C. 1
- D. 2

*Brdnopis*

$$\log_8 \frac{4}{32} = \log_8 \frac{1}{8} = -1$$


Zadanie 5. (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba naturalna $4^{12} \cdot 5^{24}$ jest podzielna przez 20. $= 2 \cdot 2 \cdot 5$	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
Liczba naturalna $4^{12} \cdot 5^{24}$ jest w zapisie dziesiętnym liczbą 25-cyfrową.	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F

Brudnopis

$$(2^2)^{12} \cdot 5^{24} = 2^{24} \cdot 5^{24} = 10^{24}$$

$$= 1 \underbrace{00 \dots 0}_{24 \text{ zer}$$

Zadanie 6. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $x^2 + 10x + 25$  dla  $x = \sqrt{2} - 5$  jest równa

- A. 2       B.  $\sqrt{2}$        C.  $2 - 20\sqrt{2}$        D.  $62 - 10\sqrt{2}$

Brudnopis

$$= (x+5)^2 \rightarrow (\sqrt{2}-5+5)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

Zadanie 7. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej  $n$  liczba  $7n^2 + 21n$  jest podzielna przez 14.

$7n(n+3)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

Wyciągnięcie  $n(n+3) \in \mathbb{Z}$   
 więc pewna liczba dzieli się na 7

Wśród liczb  $n, n+3$   
 jedna musi być parzysta  
 (bo różnica jest 3)

więc całe wyrażenie dzieli się na 2.

Zatem, skoro mamy podzielność na 2 i 7, to udowodnimy podzielność na 14.



Zadanie 8. (0-1)

Dane jest równanie

$$3(x+3)(x-m)(2x+4) = 0$$

$-3, m, -2$

gdzie  $x$  jest niewiadomą, natomiast  $m$  jest pewną liczbą rzeczywistą.

Suma wszystkich rozwiązań tego równania jest równa 0.

$$-3 + m - 2 = 0$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $m$  jest równa

A. (-7)

B. 2

C. 5

D. 7

Brudnopis

Zadanie 9. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania

$$\frac{x+2}{3x-1} = \frac{2}{5}$$

jest liczba

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{8}{11}$

C. 3

D. 12

Brudnopis

$$5x + 10 = 6x - 2$$

$$12 = x$$

Zadanie 10. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$3x^2 + 4x \geq 6x + 8$$

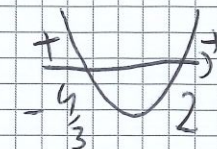
Zapisz obliczenia.

$$3x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$\Delta = 100 \quad \sqrt{\Delta} = 10$$

$$x_1 = \frac{2-10}{6} = -\frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{2+10}{6} = 2$$



$$x \in (-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (2, \infty)$$



**Zadanie 11. (0-2)**

Na przedstawienie w pewnym teatrze sprzedawano bilety według poniższego cennika.

CENNIK BILETÓW	
Rodzaj biletu	Cena w złotych
Normalny	35
Ulgowy	25

Na to przedstawienie sprzedano łącznie 200 biletów.

Po opłaceniu kosztów związanych z organizacją przedstawienia w wysokości 25% wpływów ze sprzedaży biletów organizatorom pozostało 4665 zł.

11.

0-1-2

Oblicz liczbę biletów ulgowych sprzedanych na to przedstawienie. Zapisz obliczenia.

$$\begin{aligned}
 &x - \text{liczba bil. ulgowych} \\
 &200 - x - \text{normalnych} \\
 &\left( 35 \cdot (200 - x) + 25 \cdot x \right) \cdot 75\% = 4665 \quad / : 0,75 \\
 &7000 - 10x = 6220 \\
 &780 = 10x \\
 &78 = x
 \end{aligned}$$







**Zadanie 14. (0-4)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  wykresem funkcji kwadratowej  $f$  jest parabola o wierzchołku w punkcie  $W = (3, -2)$ .

Funkcja kwadratowa  $g$  jest określona za pomocą funkcji  $f$  wzorem  $g(x) = f(x + 1)$ .

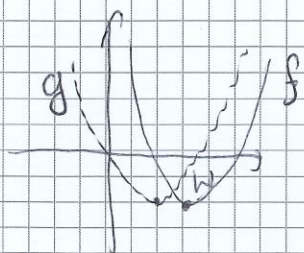
Jednym z miejsc zerowych funkcji  $g$  jest liczba 0.

*1 w lewo*

14.

0-1-  
2-3-4

Wyznacz wzór funkcji  $f$  w postaci ogólnej. Zapisz obliczenia.



$$g(0) = 0 \rightarrow f(1) = 0$$

$$f(x) = a(x-3)^2 - 2$$

$$0 = a(1-3)^2 - 2$$

$$0 = 4a - 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) - 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$



**Zadanie 15. (0-3)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 3n + 5$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .  
Trzywyrazowy ciąg  $(a_1, a_9, a_k)$  jest geometryczny.

15.

0-1  
2-3Oblicz  $k$ . Zapisz obliczenia.

$$a_1 = 8$$

$$a_9 = 32$$

$$32^2 = 8 \cdot a_k$$

$$a_k = 128$$

$$3k + 5 = 128$$

$$3k = 123$$

$$k = 41$$

**Zadanie 16. (0-1)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .  
W tym ciągu  $a_1 = 1$  oraz  $a_5 = 17$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziewiąty wyraz ciągu  $(a_n)$  jest równy

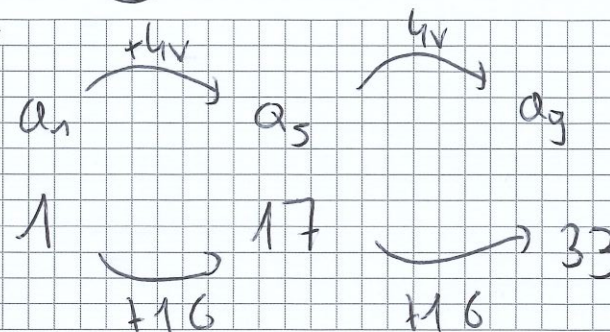
A. 29

B. 33

C. 34

D. 37

Brudnopis

**Zadanie 17. (0-1)**

Ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .  
Wyrazy trzeci i szósty tego ciągu spełniają warunek  $a_3 \cdot a_6 = 18$ .

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Iloczyn  $a_2 \cdot a_7$  jest równy .....18

Brudnopis

$$a_1 \cdot q^2 \cdot a_1 \cdot q^5 = 18$$

$$a_1^2 \cdot q^7 = 18$$

$$a_1 \cdot q \cdot a_1 \cdot q^6 = a_1^2 \cdot q^7 = 18$$

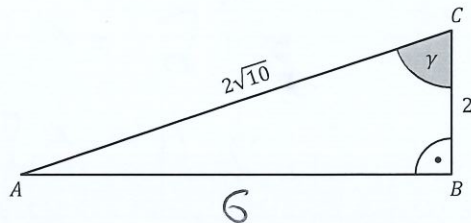


17.

0-1

Zadanie 18. (0-1)

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ , w którym bok  $AC$  jest przeciwprostokątną oraz  $|BC| = 2$  i  $|AC| = 2\sqrt{10}$ . Oznaczmy kąt  $BCA$  przez  $\gamma$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta  $\gamma$  jest równy

A.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{3}{\sqrt{10}}$

D.  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{11}}$

Brudnopis

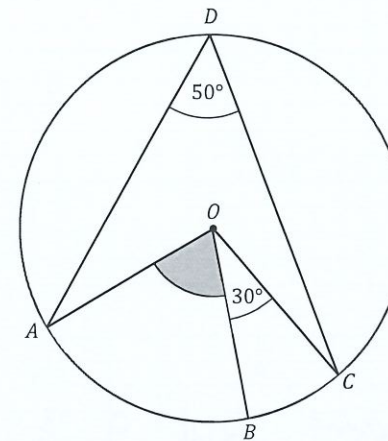
$$AB^2 = 40 - 4 = 36$$

$$AB = 6$$

$$\frac{6}{2\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Zadanie 19. (0-1)

Punkty  $A, B, C$  oraz  $D$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ . Punkt  $B$  leży na krótszym łuku  $AC$ . Kąt  $CDA$  ma miarę  $50^\circ$ , a kąt  $COB$  ma miarę  $30^\circ$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego  $BOA$  jest równa

A.  $50^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $70^\circ$

D.  $100^\circ$

Brudnopis

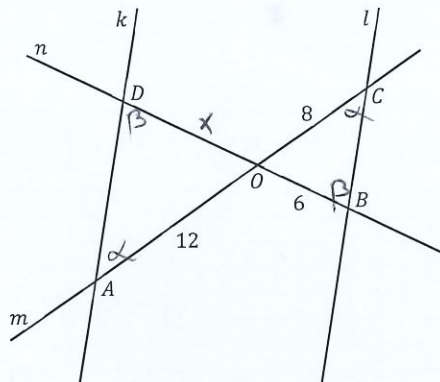
$$\angle AOC = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$$

$$\angle AOB = 70^\circ$$



Zadanie 20. (0-1)

Na płaszczyźnie dane są cztery proste:  $k$ ,  $l$ ,  $m$  oraz  $n$ . Proste  $k$  oraz  $l$  są równoległe. Prosta  $m$  przecina proste  $k$  oraz  $l$  w punktach – odpowiednio –  $A$  oraz  $C$ . Prosta  $n$  przecina proste  $k$  oraz  $l$  w punktach – odpowiednio –  $D$  oraz  $B$ . Odcinki  $AC$  i  $BD$  przecinają się w punkcie  $O$ . Ponadto  $|OA| = 12$ ,  $|OB| = 6$  oraz  $|OC| = 8$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek  $OD$  ma długość

- A. 4      B. 9      C. 10      D. 16

Brudnopis

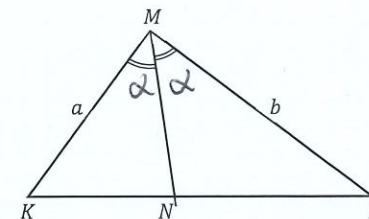
$$\frac{8}{6} = \frac{12}{x}$$

$$8x = 12 \cdot 6$$

$$x = 9$$

Zadanie 21. (0-2)

Dany jest trójkąt  $KLM$ , w którym  $|KM| = a$  oraz  $|LM| = b$ . Dwusieczna kąta  $LMK$  przecina bok  $KL$  w punkcie  $N$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że stosunek pola trójkąta  $KNM$  do pola trójkąta  $NLM$  jest równy  $\frac{a}{b}$ .

Wzrost  $\angle KMN = \alpha$   $\parallel$   $P_1$   $\parallel$   $P_2$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot |MN| \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot |MN| \cdot \sin \alpha} = \frac{a}{b}$$

21.  
0-1-2



**Zadanie 22. (0-1)**

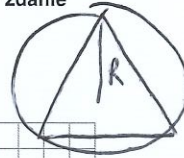
W okrąg  $O$  o promieniu  $9\sqrt{3}$  wpisano trójkąt równoboczny  $T$ .

22.

0-1

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykrępkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Bok trójkąta  $T$  ma długość 27.



Brudnopis

Handwritten work for Zadanie 22:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3} = h$$

$$\frac{a}{2} = 27$$

$$a = 54$$

$$r = 9\sqrt{3}$$

$$R = 9\sqrt{3}$$

$$R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}$$

$$a = 27$$

**Zadanie 23. (0-1)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i spełnia warunek  $\frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{4 \cos \alpha} = 6$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta  $\alpha$  jest równy

- A.  $\frac{5}{8}$       B.  $\frac{8}{3}$       C.  $\frac{32}{5}$       D.  $\frac{20}{3}$

Brudnopis

Handwritten work for Zadanie 23:

$$\frac{3}{4} \tan \alpha + 1 = 6$$

$$\tan \alpha = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

**Zadanie 24.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x,y)$  punkty  $A = (0, -3)$ ,  $B = (2, 1)$  oraz  $C = (0, 2)$  są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

**Zadanie 24.1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe

- A. 3      B. 5      C. 6      D. 10

Brudnopis

Handwritten work for Zadanie 24.1:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$$

**Zadanie 24.2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Środek okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$  ma współrzędne

- A.  $(\frac{2}{3}, 0)$       B.  $(-\frac{1}{2}, 0)$       C.  $(0, -\frac{2}{3})$       D.  $(0, -\frac{1}{2})$

Brudnopis

Handwritten work for Zadanie 24.2:

$$S = (0, -\frac{1}{2})$$


**Zadanie 25. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest okrąg  $O$  o środku w punkcie  $S = (1, -3)$  i o promieniu 5.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Punkt $A = (4, -7)$ leży na okręgu $O$ .	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
Okrąg $O$ jest określony równaniem $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 5$ .	<input type="radio"/> P	<input checked="" type="radio"/> F

Brudnopis

25

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$$

$$(4-1)^2 + (-7+3)^2 = 25$$

$$3^2 + 4^2 = 25 \quad \checkmark$$

**Zadanie 26. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dana jest prosta  $k$  o równaniu  $y = -\frac{1}{3}x + 2$ . Prosta  $l$  jest równoległa do prostej  $k$  i przechodzi przez punkt  $(2, -2)$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta  $l$  przecina oś  $Oy$  w punkcie

- A.  $(0, -3)$       B.  $(0, -\frac{1}{2})$       C.  $(0, -1)$        D.  $(0, -\frac{4}{3})$

Brudnopis

$$l: y = -\frac{1}{3}x + b$$

$$-2 = -\frac{2}{3} + b$$

$$-\frac{4}{3} = b$$


**Zadanie 27. (0-2)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym przekątna podstawy ma długość  $8\sqrt{3}$ . Krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $30^\circ$ .

Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

$$a\sqrt{2} = 8\sqrt{3}$$

$$a = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{6}$$

$$V = \frac{1}{3} a^2 h = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot 4 = 128$$

27.  
0-1-2

**Zadanie 28. (0-1)**

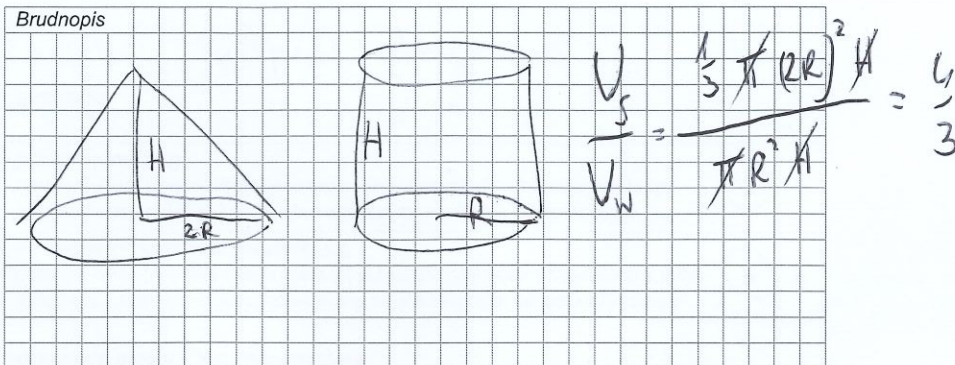
Stożek i walec mają równe wysokości. Promień podstawy stożka jest dwa razy większy od promienia podstawy walca.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek objętości stożka do objętości walca jest równy

- A.  $\frac{1}{12}$       B.  $\frac{1}{6}$       C.  $\frac{2}{3}$       **B.  $\frac{4}{3}$**

Brudnopis



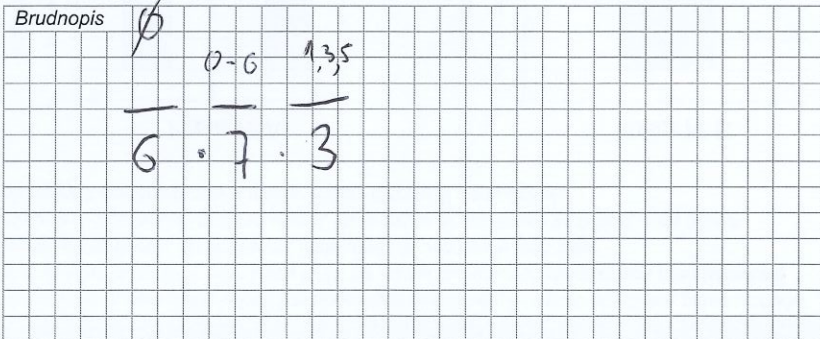
**Zadanie 29. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 (np.: 321, 555), jest

- A.  $6 \cdot 7 \cdot 3$**       B.  $6 \cdot 7 \cdot 7$       C.  $7 \cdot 7 \cdot 3$       D.  $7 \cdot 7 \cdot 7$

Brudnopis



**Zadanie 30. (0-2)**

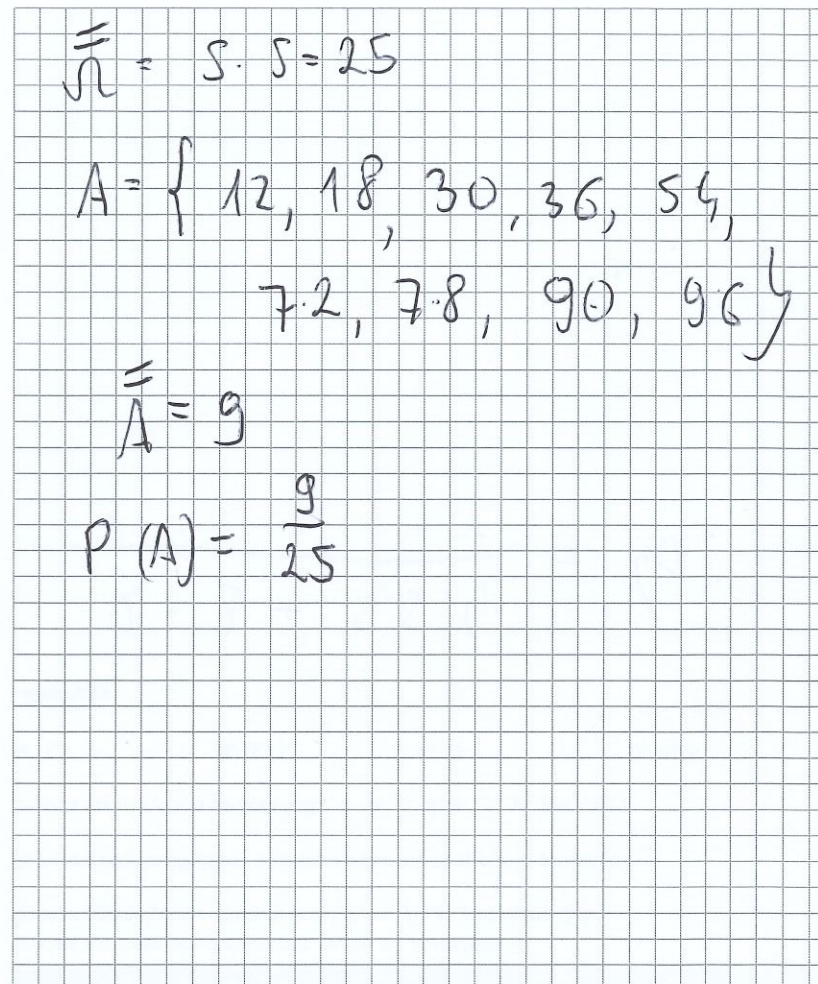
Dane są dwa zbiory cyfr:  $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  oraz  $Y = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ .

Losujemy jedną cyfrę ze zbioru  $X$ , a następnie losujemy jedną cyfrę ze zbioru  $Y$ .

Następnie zapisujemy liczbę dwucyfrową w ten sposób, że cyfra wylosowana ze zbioru  $X$  jest cyfrą dziesiątek, a cyfra wylosowana ze zbioru  $Y$  jest cyfrą jedności tej liczby dwucyfrowej.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że otrzymana w ten sposób liczba dwucyfrowa będzie podzielna przez 6. Zapisz obliczenia.

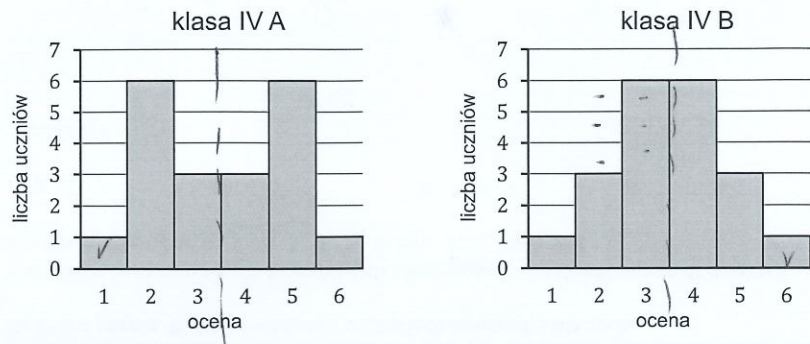
30.  
0-1-2



**Zadanie 31. (0-1)**

Nauczyciel matematyki po każdym sprawdzianie porównuje wyniki uzyskane przez uczniów dwóch klas: klasy IV A oraz klasy IV B. Na dwóch poniższych diagramach przedstawiono wyniki sprawdzianu ze statystyki, jakie uzyskali uczniowie tych klas.

Na osiach poziomych podano oceny, które uzyskali uczniowie tych klas, a na osiach pionowych podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych ze sprawdzianu ze statystyki przez uczniów klasy IV A jest równa średniej arytmetycznej ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów klasy IV B.	<input checked="" type="radio"/> P	F
Mediana ocen uzyskanych ze sprawdzianu ze statystyki przez uczniów klasy IV A jest równa medianie ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów klasy IV B.	<input checked="" type="radio"/> P	F

*Brudnopis*

Wykres symetryczny  
 średnia = mediana = 3,5

**Zadanie 32. (0-1)**

Średnia arytmetyczna trzech liczb:  $a, b, c$ , jest równa 2.

Średnia arytmetyczna czterech liczb:  $d, e, f, g$ , jest równa 5,5.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb:  $a, b, c, d, e, f, g$ , jest równa

- A. 3,5      B. 3,75      C. 4      D. 4,25

*Brudnopis*

$$\frac{2 \cdot 3 + 5,5 \cdot 4}{7} = 4$$


**Zadanie 33.**

W chwili  $t = 0$  z poziomu ziemi wyrzucono piłeczkę pionowo do góry. Przyjmijmy, że wysokość  $h$ , na której znajduje się piłeczka w danej chwili  $t$ , jest określona wzorem

$$h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$$

gdzie:

- czas  $t$  jest wyrażony w sekundach (s) i zmienia się od 0 do chwili pierwszego uderzenia piłeczki o ziemię
- wysokość  $h$  jest wyrażona w metrach i jest liczona względem poziomu ziemi.

**Zadanie 33.1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrzucona piłeczka po raz pierwszy uderzy w ziemię w chwili

A.  $t = 1,5$  s

B.  $t = 2$  s

C.  $t = 2,5$  s

**D.  $t = 3$  s**

Brudnopis

$$0 = -4,9t^2 + 14,7t$$

$$0 = t(-4,9t + 14,7)$$

$$= 0$$

↓

$$t = 3$$

**Zadanie 33.2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrzucona piłeczka osiągnęła największą wysokość w chwili

**A.  $t = 1,5$  s**

B.  $t = 2$  s

C.  $t = 2,5$  s

D.  $t = 3$  s

Brudnopis

